

数学むかし話 (2)

サンコーコンサルタント(株) 武部 幸 勲

記数法とはある数を一定の個数の数字を用いて表現する方法である。

ある位の単位が10集まる毎に次の位の単位を構成していくものを10進数とか10進法による記数法と言う。壱を10集めると拾となり、拾を10集めると百となり、百を10集めると千となる。そして数を表すには、例えば百が2つに、拾が5つ、壱が4つを $2 \times (\text{百}) + 5 \times (\text{拾}) + 4 \times (\text{壱})$ と書き254と表す。これは数を表すのに、基本となる単位を設定し、それらの単位がそれぞれ何個ずつ集まっているかを、位取りを明示して表している例である。

この場合、必ず10毎にまとめる必要はなく、2毎や、3毎にまとめる場合等があってもよい。2毎にまとめると2進法、3毎にまとめると3進法による表示となり、N毎にまとめるとN進法による表示である。

8進法を例にとって説明しよう。8進法の記数は、コンピュータで使用されている。8進法では8毎にまとめるため0と7個の数字(例えば1から7までの数字)を用いて数表現する。従って、8(7よりも1つ多い数)は、1つにまとめられるため桁が1つ繰り上がり10と2桁の表現する($7 + 1 = 10$)。78(77よりも1つ多い数)は3桁となり、100と表現する($77 + 1 = 100$)。

例えば、10進法の20は、

$$20 = 2 \times 8^1 + 4 \times 8^0$$

であるから、8進法では2桁目の数字が2、1桁目の数字が4、つまり24と記数する。10進法の200は、8進法では310と記数される。

$$200 = 3 \times 8^2 + 1 \times 8^1 + 0 \times 8^0$$



はじめに、「10(10進法)は人間的に自然な数であり、暦や時間に残る12(12進法)と60(60進法)は合理的な自然な数であろう」と述べた。この進法以外にも我々は使用している。例えば2進法、8進法、16進法等である。

〈2進法〉

コンピュータやデジタル信号では、基本的に2進法による計算が使用される。これは、電流がONの状態を0、OFFの状態を1として、2進法を用いると計算が容易なためである。2進法では、0と1の2個の数字だけを用いて数表現する。つまり、1よりも1つ多い数は2桁となり10と表現する($1 + 1 = 10$)。

面白いことに、2進法の使用はコンピュータ世界だけでない。

典型的な例としてオーストラリア原住民グムルガル族の教えかたが知られている。

- 1 = ウラポン
- 2 = ウカサル
- 3 = ウカサルーウラポン
- 4 = ウカサルーウカサル
- 5 = ウカサルーウカサルーウラポン
-

数が多くなると、とても長い表現となる。このため3と4を追加した2進法の修正版も使われている。アフリカ等のいくつかの地域でこの修正版が、現在でも使用されているようである。

〈5進法〉

5進法は片手の指を用いて計算することから始まった。日本では片手で数を数える時、5は全部の指を折り6からは順に開けていき10では全部の指が開いた状態となる。5進法は正にこの様な数

えかたをする。南アフリカのズールー語にその名残がある。

ただこの5進法は、すぐに10進法や20進法へと進展して行き、単独で使用される例はない。10進法や20進法のなかで補助的に使われており、数え方にその名残を見ることができる。

〈10進法〉

10進法は現在我々が用いている身近な進法である。そして最も古くから使われているのもこの10進法である。

古いといえば、古代エジプトであろう。紀元前1550年頃アームスという人物のパピルス紙を発見する。これを解読すると、さらに古いパピルス（練習帳か）を書き写したものであった。分数の計算、面積の計算などが書かれている。

これらによると、彼らの記数法は10進法であるが、ひとつの数字はひとつの意味しか現さない。例えば10が十の意味であれば30は十十の如くで、現在のアラビア数字の様に一番左に1がありその右に0が3個あれば1000を示すような位取りによる記数法ではない。

現在の数学のように、より活用的になったのは0（ゼロ）とアラビア数字の利用によってである。現在の数学に近い記数法はインドで3～4世紀にかけて生まれ、850年頃に完成した。インドの10進記数法でゼロと考えられる記号が最初に出現したのは876年である。

〈12進法〉

60進法とともに古い時代から普及度の高い進法である。現在でも1日の時間や1年の月の数等の天文単位に残っている。つい最近の改革までのイギリスで、長さ1フィートが12インチ、貨幣単位1シリングが12ペンスであることなどがこの名残である。

〈16進法〉

コンピュータでは、16進法の記数が使われる。例えば文字や色の指定（RGB）は2桁の16進法の数字を用いる。

16進法では、0から15までを16個の数字を用い

て数を表現する。しかし、10から15までの数字は10進法の2桁になっているので、これを1桁で表す必要がある。通常は、10進法の10、11、12、13、14、15に相当するものをA・B・C・D・E・Fという文字をあて、この文字を数字として取り扱う。つまり16進法では、0…9、A、B、C、D、E、Fという16個の数字で数を表現する。F（10進法の15）よりも1つ多い数は2桁となり10と表現される（ $F + 1 = 10$ ）。

例えば、10進法の200は、

$$200 = 12 \times 16^1 + 8 \times 16^0$$

であるから、16進法では2桁目の数字がC、1桁目の数字が8、つまりC8と記数されることとなる。

また、10進法の1000は、16進法では3桁目の数字が3、2桁目の数字がE、1桁目の数字が8、つまり3E8と記数される。

$$1000 = 3 \times 16^2 + 14 \times 16^1 + 8 \times 16^0$$

〈20進法〉

20進法は基本的に20を1つの単位とするものであるが、その中には10進法的な使い方も含まれている。中央アメリカのマヤ文明で1世紀前後に発達した記数法が良く知られている。他には西アフリカのヨルバ族がある。

20進法は10進法と同様に人間的に自然な数であるが、広く日常的に使われる事が少なかった。むしろ宗教的・儀式的に使われる事が多い。これは、計算をする時かなりの記憶力を必要としたためであろう。

〈60進法〉

60進法は決して珍しいものではなかったが、60進法をもっともよく使用したのは古代バビロニアである。彼らの貨幣は銀の重さを基準にし、単位は60進法であった。ここでおもしろい点は60進法であるが10進法も混じっていることである。60未満の数値は60進法であるが、それ以上は10進法の混じった方法をとっていた。

中国でも古くから日を数えるのに60干支が使用されているが、現在でも我々はこの進法を使用している。